OECD PISA

# Programa Internacional para la Evaluación del Estudiante (PISA)

ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT

*Chile*
*Castellano*

## ITEMES LIBERADOS

## MATEMÁTICAS

## APLICACIÓN DEFINITIVA PISA+

Learning for Living


***Consorcio del Proyecto:***

**Australian Council for Educational Research (ACER)**

**Netherlands National Institute for Educational Measurement (CITO group)**

**Educational Testing Service (ETS, USA)**

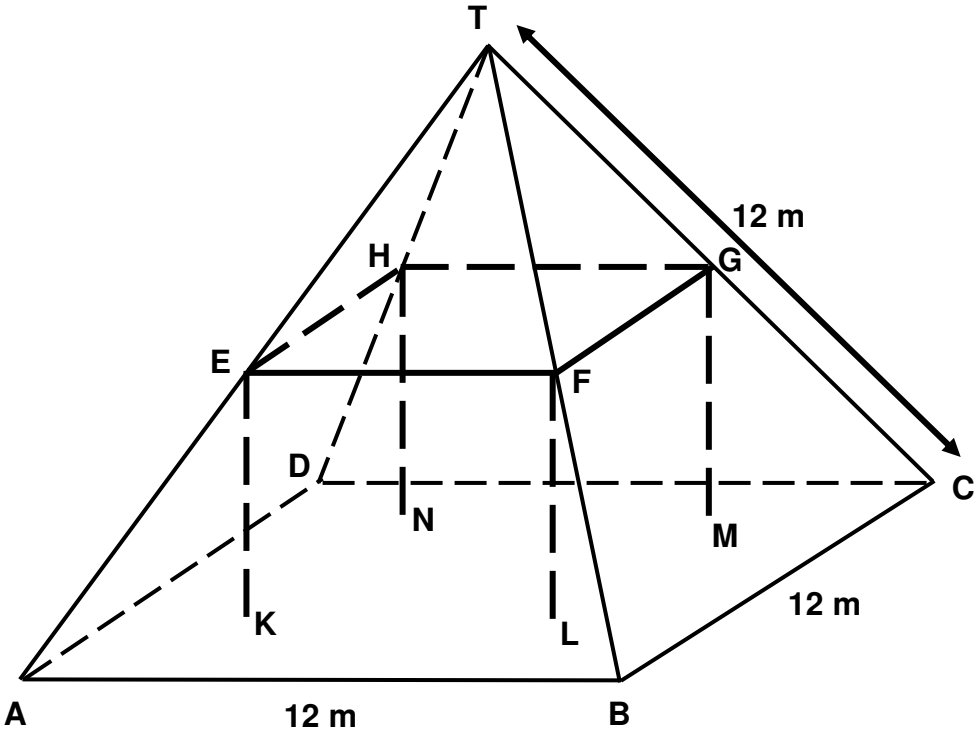
**National Institute for Educational Policy Research (NIER, Japan)**

**Westat (USA)**

# EL CAMPO

Aquí ves una fotografía de una casa de campo con el techo en forma de pirámide.

Debajo hay un modelo matemático del **techo** de la casa de campo con las medidas correspondientes.




El piso del entretecho, ABCD en el modelo, es un cuadrado. Las vigas que sostienen el techo son las aristas de un bloque (prisma rectangular) EFGHKLMN. E es el punto medio de $\overline{AT}$, F es el punto medio de $\overline{BT}$, G es el punto medio de $\overline{CT}$ y H es el punto medio de $\overline{DT}$. Todas las aristas de la pirámide del modelo tienen 12 m de largo.

## Pregunta 1: EL CAMPO

*M037Q01*

Calcula el área del piso del entretecho ABCD.

El área del piso del entretecho ABCD = _____m²

### EL CAMPO. PUNTAJE 1

***Puntaje completo***

Código 1: 144 (la unidad ya ha sido dada).

***Sin puntaje***

Código 0: Otras respuestas

Código 9: Omitida.

## Pregunta 2: EL CAMPO

*M037Q02*

Calcula el largo de $\overline{EF}$, una de las aristas horizontales del bloque.

El largo de $\overline{EF}$ = _____ m

### EL CAMPO. PUNTAJE 2

***Puntaje completo***

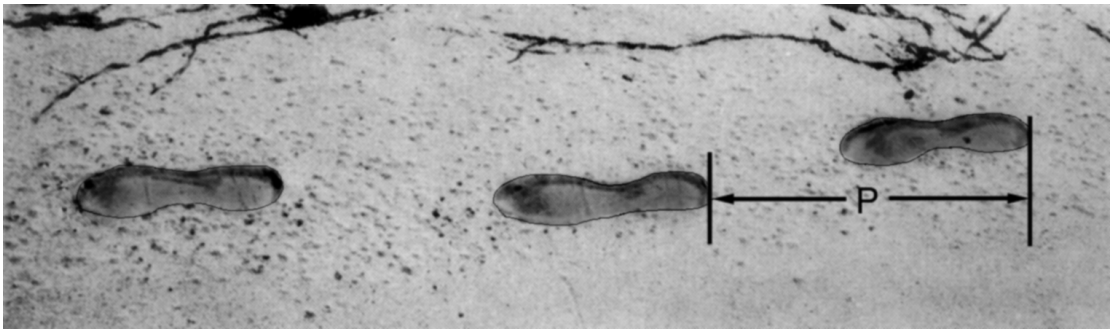
Código 1: 6. (la unidad ya ha sido dada)

***Sin puntaje***

Código 0: Otras respuestas

Código 9: Omitida.

# CAMINAR




La foto muestra las huellas de un hombre caminando. El largo del paso *P* es la distancia entre los extremos posteriores de dos huellas consecutivas.

Para los hombres, la fórmula $\frac{n}{P} = 140$, da una relación aproximada entre *n* y *P*

donde,

*n* = número de pasos por minuto, y

*P* = largo del paso en metros.

## Pregunta 1: CAMINAR

M124Q01- 0 1 2 9

La fórmula se aplica al caminar de Enrique y Enrique da 70 pasos por minuto, ¿cuál es el largo del paso de Enrique? Muestra tus cálculos.

**CAMINAR. PUNTAJE 1**

***Puntaje completo***

Código 2: 0.5m o 50cm; (las unidades no son necesarias)

$$70/p = 140$$

$$70 = 140p$$

$$p = 0.5$$ 70/140

***Puntaje parcial***

Código 1: La sustitución de los números en la fórmula es correcta, pero la respuesta es incorrecta o no respondió.

$\frac{70}{p} = 140$ [sólo sustituye los números en la fórmula]

$\frac{70}{p} = 140$

$70 = 140p$

$p = 2$ [sustitución correcta pero el procedimiento es incorrecto]

ó

Manipula correctamente la fórmula P=n/140, pero no va más allá del procedimiento correcto.

***Sin puntaje***

Código 0: Otras respuestas

- 70cm

Código 9: Omitida.

## Pregunta 3: CAMINAR

*M124Q03- 00 11 21 22 23 24 31 99*

Bernardo sabe que el largo de sus pasos es de 0,80 metros. La fórmula se ajusta al caminar de Bernardo.

Calcula la velocidad con la que camina Bernardo en metros por minuto y en kilómetros por hora. Muestra tus cálculos.

**CAMINAR. PUNTAJE 3**

***Puntaje completo***

Código 31: Respuestas correctas (las unidades no son necesarias) en metros/minuto y km/hora:

- n = 140 x .80 = 112.
- Él camina por minuto 112 x .80 metros = 89.6 metros.
- Su velocidad es de 89.6 metros por minuto.
- Así que su velocidad es de 5.38 ó 5.4 km/hr

Código 31 si están ambas respuestas correctas (89.6 y 5.4), sin importar que el desarrollo se muestre o no. Los errores de redondeo pueden ser aceptados, por ejemplo, 90 metros por minuto y 5.3 km/hr (89 X 60) es aceptado.

- 89.6 y 5.4
- 90 y 5.376km/h
- 89.8 y 5376 m/hora (nota que si la segunda respuesta no tiene unidades deberá ser codificada
- como código 22)

***Puntaje parcial (2-puntos)***

Código 21: Como en el código 31 pero falla al multiplicar por 0.80 para convertir los pasos por minuto a metros por minuto. Por ejemplo, su velocidad es 112 metros por minuto y 6.72 km/hr

- 112 y 6.72km/h

Código 22: La velocidad en metros por minuto es correcta (89.6 metros por minuto) pero la conversión a kilómetros por hora es incorrecta.

- 89.6 metros/minuto, 8960 km/hr
- 89.6 y 5376
- 89.6 y 53.76
- 89.6 y 0.087km/h
- 89.6 y 1.49km/h

Código 23: El método es correcto (se muestra explícitamente) con errores mínimos de cálculo no considerados en los Códigos 21 y 22. La respuestas no son correctas.

- n=140 x .8 = 1120; 1120 x 0.8 = 896. Él camina a 896 m/min, 53.76km/h
- n=140 x .8 = 116; 116 x 0.8 =92.8. 92.8 m/min -> 5.57km/h

Código 24: Sólo da el 5.4 km./hr, pero no los 89.6 metros/minuto (se muestran parcialmente los cálculos)

- 5.4
- 5.376 km./h
- 5376 m/h

***Puntaje parcial (1-punto)***

Código 11: *n* = 140 x .80 = 112. No se muestra el desarrollo de la pregunta o éste es incorrecto para esta parte.

- 112
- n=112, 0.112km/h
- n=112, 1120km/h
- 112 m/min, 504 km/h

***Sin Puntaje***

Código 00: Otras respuestas incorrectas.

Código 99: Omitida.

# MANZANOS

Un agricultor planta manzanos en un esquema cuadrado. Para proteger los árboles del viento él planta pinos alrededor de todo el huerto.

Aquí ves un diagrama de esta situación donde se presentan los cuadrados de manzanos y de pinos para cualquier número (n) de filas de manzanos :

n = *1*

```
X X X
X ● X
X X X
```

n = *2*

```
X X X X X
X ●   ● X
X       X
X ●   ● X
X X X X X
```

n = *3*

```
X X X X X X X
X ●   ●   ● X
X           X
X ●   ●   ● X
X           X
X ●   ●   ● X
X X X X X X X
```

n = *4*

```
X X X X X X X X X
X ●   ●   ●   ● X
X               X
X ●   ●   ●   ● X
X               X
X ●   ●   ●   ● X
X               X
X ●   ●   ●   ● X
X X X X X X X X X
```

**X** = pino
● = manzano

## Pregunta 1: MANZANOS

*M136Q01- 01 02 11 12 21 99*

Completa la tabla:

| n | *Número de manzanos* | *Número de pinos* |
|---|---|---|
| **1** | **1** | **8** |
| **2** | **4** | |
| **3** | | |
| **4** | | |
| **5** | | |

**MANZANOS PUNTAJE 1**

Completa la tabla:

| n | *Número de manzanos* | *Número de pinos* |
|---|---|---|
| 1 | **1** | **8** |
| 2 | **4** | *16* |
| 3 | *9* | *24* |
| 4 | *16* | *32* |
| 5 | *25* | *40* |

***Puntaje completo***

Código 21: Las 7 casillas correctas

***Puntaje parcial***

*[Estos códigos son para UN error/o un blanco en la tabla. El código 11 si hay UN error para n=5, y el código 12 es para UN error para n=2 o 3 o 4]*

Código 11: Completa correctamente para el n = 2, 3, 4, pero UNA casilla para n=5 es incorrecto o está en blanco

- La última casilla de '40 ' es incorrecta; todo lo demás es correcto.
- '25 ' es incorrecto; todo lo demás es correcto.

Código 12: Los números para el n=5 son correctos, pero hay UN error /No contestó para n=2 ó 3 ó 4.

***Sin puntaje***

*[Estos códigos son para DOS o más errores o respuestas en blanco]*

Código 01: Las casillas correctas para el n=2, 3, 4, pero AMBAS casillas para el n=5 son incorrectas o en blanco

- Ambos '25 ' y '40 ' son incorrectos o en blanco; todo lo demás es correcto.

Código 02: Otras respuestas

Código 99: Omitida.

## Pregunta 2: MANZANOS

*M136Q02- 00 11 12 13 14 15 99*

Hay dos fórmulas que puedes usar para calcular el número de manzanos y de pinos para el esquema descrito anteriormente:

Número de manzanos = $n^2$

Número de pinos = $8n$

donde *n* es el número de filas de manzanos

Hay un valor de *n* para el cual el número de manzanos es igual al número de pinos. Encuentra el valor de *n* y muestra el método que usaste para calcularlo.

.....

.....

**MANZANOS. PUNTAJE 2**

***Puntaje completo***

*[Estos códigos son para las respuestas que son correctas, n = 8, usando diferentes desarrollos]*

Código 11: n = 8, se desarrolla explícitamente el método algebraico.

- $n^2 = 8n$, $n^2 - 8n = 0$, $n(n - 8)=0$, $n = 0$ y $n = 8$, por lo tanto $n = 8$

Código 12: n =8, no se usa claramente el álgebra, o no se muestra el desarrollo.

- $n^2 = 8^2 = 64$, $8n = 8 \cdot 8 = 64$
- $n^2 = 8n$. Esto da n=8.
- 8 x 8 = 64, n=8
- n = 8
- $8 \times 8 = 8^2$

Código 13: n=8, usando otros métodos, por ejemplo, usando un patrón de expansión o dibujos.

*[Estos códigos son para las respuestas que son correctas, n = 8, MAS la respuesta n=0, con diferentes desarrollos.]*

Código 14: Como en el código 11 (despejado algebraicamente), pero da ambas respuestas n=8 Y n = 0

- $n^2 = 8n$, $n^2 - 8n = 0$, $n(n - 8)=0$, $n = 0$ y $n = 8$

Código 15: Como en el código 12 (sin despeje algebraico), pero da ambas respuestas n=8 Y n=0

***Sin puntaje***

Código 00: Otras respuestas, incluyendo sólo la respuesta n = 0.

- $n^2 = 8n$ (se repite la oración de la pregunta)
- $n^2 = 8$
- n = 0. No puedes tener el mismo número porque para manzano, hay 8 pinos.

Código 99: Omitida.

## Pregunta 3: MANZANOS

*M136Q03- 01 02 11 21 99*

Supongamos que el agricultor quiere hacer un huerto mucho más grande, con muchas filas de árboles. A medida que el agricultor agranda el huerto, ¿qué aumentará más rápidamente: el número de manzanos o el número de pinos? Explica como encontraste tu respuesta.

.....

.....

**MANZANOS. PUNTAJE 3**

***Puntaje completo***

Código 21: La respuesta correcta (manzanos) acompañada de una explicación válida. Por ejemplo:

- Manzanos = n X n y los pinos = 8 X n ambas fórmulas tienen un factor n, pero los manzanos tienen otra n la cual hace que sea más grande donde el factor 8 es el mismo. El número de manzanos se incrementa más rápidamente.
- El número de manzanos se incrementa más rápido porque está al cuadrado en vez de estar multiplicado por 8.
- El número de manzanos es al cuadrado. El número de pinos es lineal. Por lo tanto los manzanos se incrementarán más rápido.
- Usa gráficos para contestar que $n^2$ es mayor que 8n después de n=8.

*[Nota que el código 21 se da si el estudiante proporciona algunas explicaciones algebraicas* ***basadas en la fórmula $n^2$ y 8n]****.*

***Puntaje parcial***

Código 11: Respuesta correcta (manzanos) basada sobre ejemplos específicos o sobre el desarrollo de la tabla.

- La cantidad de manzanos se incrementará más rápidamente porque, si usamos la tabla (de la página anterior), encontramos que la cantidad de manzanos se incrementa más rápido que la cantidad de pinos. Esto pasa especialmente después de que la cantidad de manzanos y pinos es la misma.
- La tabla muestra que la cantidad de manzanos se incrementa más rápidamente.

O

Respuesta correcta (manzanos) con ALGUNA evidencia que es entendida la relación $n^2$ y 8n, pero no es claramente expresada como en el Código 21.

- Los manzanos después de que n > 8.
- Después de 8 filas la cantidad de manzanos se incrementará más rápidamente que la de pinos.
- Los pinos hasta que haya 8 hileras, entonces serán más manzanos.

***Sin puntaje***

Código 01: Respuesta correcta (manzanos) sin explicación, con explicación insuficiente o equivocada.

- manzanos
- manzanos porque están poblando la parte de adentro que es más grande que el perímetro.
- manzanos porque están rodeados de los pinos.

Código 02: Otras respuestas incorrectas

- Pinos
- Los pinos porque para cada fila adicional de manzanos necesita una gran cantidad de pinos.
- Pinos. Porque para cada manzano hay 8 pinos.
- No sé.

Código 99: Omitida.

# SUPERFICIE DE UN CONTINENTE

***A continuación se presenta el mapa de la Antártida.***

## Pregunta 2: CONTINENTE

*M148Q02 – 01 02 11 12 13 14 21 22 23 24 25 99*

Estima el área de la Antártida utilizando la escala del mapa.

Muestra tus cálculos y explica cómo has hecho tu estimación. (Puedes dibujar sobre el mapa si te ayuda para hacer tu estimación).

**CONTINENTE. PUNTAJE 2**

***Puntaje completo***

[*Estos Códigos son para las respuestas donde se utilizó el método correcto Y se obtuvo la repuesta correcta. El segundo dígito indica diferentes desarrollos.]*

Código 21: Se calculó por medio del dibujo de un cuadrado o un rectángulo – entre 12 000 000 km 2 y 18 000 000 km 2 (las unidades no son necesarias)

Código 22: Se calculó por medio del dibujo de un círculo - entre 12 000 000 km 2 y 18 000 000 kms2

Código 23: Se calculó sumando áreas de diferentes figuras geométricas regulares - entre 12 000 000 kms2 y 18 000 000 kms2

Código 24: Se calculó con otro método correcto – entre 12 000 000 kms2 y 18 000 000 kms2

Código 25: Respuesta correcta (entre 12 000 000 kms2 y 18 000 000 kms2) pero no se muestra el procedimiento.

***Puntaje parcial***

*[Estos códigos son para respuestas que utilizaron un método correcto PERO obtuvieron una respuesta incompleta o incorrecta. El segundo dígito indica los diferentes desarrollos, y estos se relacionan con el segundo dígito de los códigos de las respuestas correctas.]*

Código 11: Se calculó por medio del dibujo de un cuadrado o un rectángulo – método correcto pero la respuesta está incompleta o incorrecta.

- Se calculó por medio del dibujo de un rectángulo y se multiplicó el ancho por la longitud, pero el resultado está por arriba o por debajo del correcto (por ejemplo, 18 200 000)
- Se calculó por medio del dibujo de un rectángulo y se multiplicó el ancho por la longitud, pero el número de ceros es incorrecto (por ejemplo, 4000 X 3500 = 140 000)
- Se calculó por medio del dibujo de un rectángulo y se multiplicó el ancho por la longitud, pero olvidó utilizar la escala para convertir km2 (por ejemplo, 12cm X 15cm = 180)
- Se calculó por medio del dibujo de un rectángulo y el estado del área es de 4000km x 3500km. No mostró el procedimiento completo.

Código 12: Se calculó por medio del dibujo de un círculo – el método es correcto, pero la respuesta está incompleta o incorrecta.

Código 13: Se calculó sumando áreas de diferentes figuras geométricas regulares– el método es correcto, pero la respuesta está incompleta o incorrecta.

Código 14: Se calculó por medio de otro método correcto – pero la respuesta está incompleta o incorrecta.

***Sin puntaje***

Código 01: Se calculó el perímetro en lugar del área.

- Por ejemplo, 16 000 km en la escala de 1000 km le daría la vuelta al mapa 16 veces.

Código 02: Otras respuestas incorrectas

- Por ejemplo, 16 000 km (no se muestra el procedimiento y la respuesta es incorrecta)

Código 99: Omitida.

**TABLA DE RESUMEN**

La siguiente tabla de resumen muestra la relación entre los Códigos:

| **Método de Cálculo** | **Código** | | |
|---|---|---|---|
| | Logro completo – entre 12 000 000 y 18 000 000 $kms^2$ | Logro parcial – Método correcto pero la respuesta está incompleta o incorrecta. | No logrado |
| Dibujo de un rectángulo | 21 | 11 | — |
| Dibujo de un círculo | 22 | 12 | — |
| Suma de áreas de figuras geométricas regulares | 23 | 13 | — |
| Otros métodos correctos | 24 | 14 | — |
| No muestra el procedimiento | 25 | — | — |
| Perímetro | — | — | 01 |
| Otras respuestas incorrectas | — | — | 02 |
| No contestó | — | — | 99 |

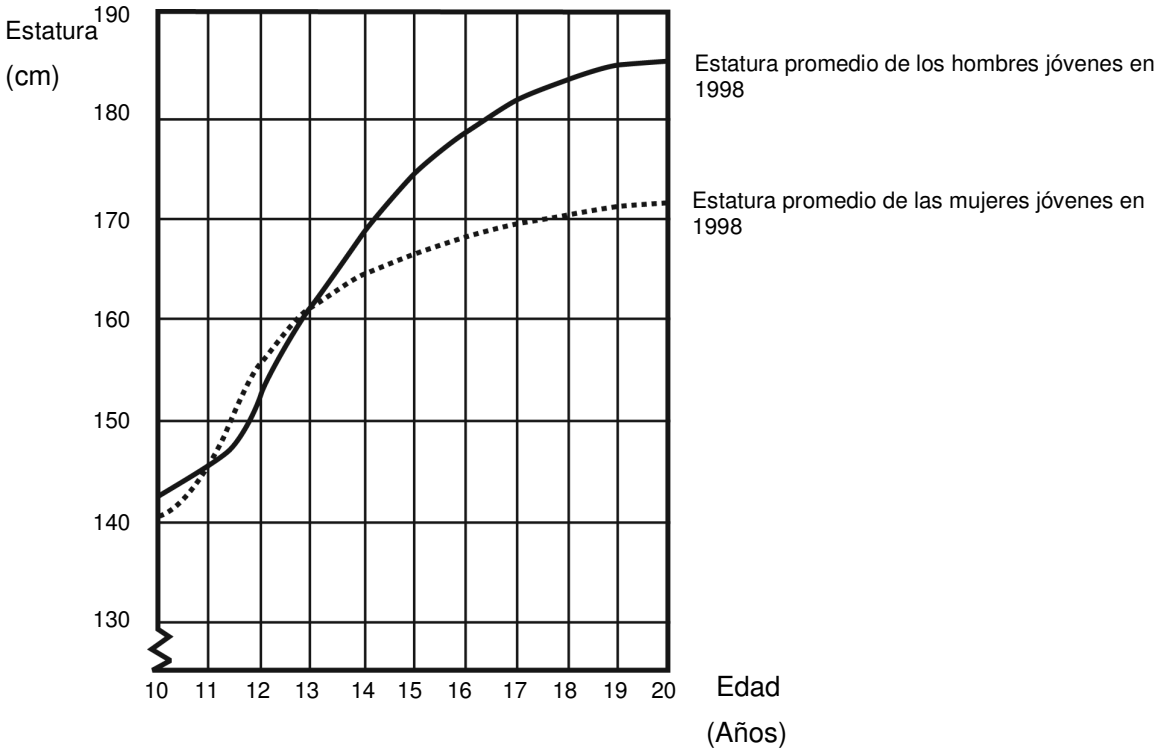
**NOTA:**

Mientras codifica esta pregunta, lea lo que el estudiante escribió con palabras en el espacio correspondiente, asegúrese de que también está observando el mapa para ver los dibujos/marcas que el estudiante hizo sobre el mismo. Frecuentemente los estudiantes no se explican bien con palabras, pero se puede obtener más información observando las marcas que hizo el estudiante sobre el mapa. El objetivo no es ver si el estudiante puede expresarse bien con palabras, sino tratar de encontrar como llegó el estudiante a su respuesta. Por lo tanto, si no hay explicación, se puede interpretar de los dibujos que el estudiante hizo sobre el mapa, o de la fórmula que el estudiante utilizó, considere esto como una explicación.

# CRECER

## LA JUVENTUD SE HACE MÁS ALTA

La estatura promedio de los jóvenes hombres y mujeres de Holanda en 1998 está representada en el siguiente gráfico.




## Pregunta 6: CRECER

M150Q01- 0 1 9

Desde 1980 la estatura promedio de las mujeres de 20 años ha aumentado 2,3 cm, hasta alcanzar los 170,6 cm. ¿Cuál era la estatura promedio de las mujeres de 20 años de edad en 1980?

..... cm

**CRECER PUNTAJE 1**

***Puntaje completo***

Código 1: 168,3 cm (la unidad fue dada)

***Sin puntaje***

Código 0: Otras respuestas
Código 9: Omitida.

## Pregunta 7: CRECER

*M150Q03- 01 02 11 12 13 99*

Explica como el gráfico muestra que el crecimiento promedio de las mujeres es más lento después de los 12 años.

.....

.....

.....

**CRECER. PUNTAJE 3**

***Puntaje completo***

La clave aquí es que la respuesta deberá referirse al "cambio" en la pendiente de la curva de las mujeres. Esto se puede hacer tanto explícita como implícitamente. El código 11 y el código 12 son para una explicación en la que se menciona la inclinación de la curva del gráfico, mientras que el código 13 es para una comparación implícita utilizando el aumento en el crecimiento antes y después de los 12 años de edad.

Código 11: Indica la reducción de la inclinación de la curva a partir de los 12 años, utilizando lenguaje cotidiano, no lenguaje matemático.

- La inclinación de la curva no aumenta. Se vuelve más suave.
- La curva se suaviza.
- La curva es más suave después de los 12.
- La curva de las mujeres comienza a suavizarse y la de los muchachos es más grande.
- La curva de los muchachos se mantiene ascendiendo. La otra se suaviza.

Código 12: Indica la reducción de la inclinación de la curva a partir de los 12 años, utilizando lenguaje matemático.

- Puedes ver que la pendiente es menor.
- El índice del cambio del gráfico disminuye de los 12 años en adelante.
- [El estudiante calculó los ángulos de la curva con respecto al eje x antes y después de los 12 años.]

En general, si se usan palabras como "pendiente", "inclinación", o "índice de cambio", considérese como lenguaje matemático.

Código 13: Compara el crecimiento actual (la comparación puede estar implícita)

- De 10 a 12 el crecimiento es alrededor de 15cm, pero de 12 a 20 el crecimiento es sólo de alrededor de 17cm
- El promedio del índice de crecimiento de 10 a 12 es alrededor de 7.5 cm por año, pero de 12 a 20 años es de alrededor de 2cm por año.

***Sin puntaje***

Código 01: El estudiante indica que la estatura femenina está por debajo de la estatura masculina, pero NO menciona nada acerca de la inclinación de las mujeres en el gráfico ni compara el índice de crecimiento de las mujeres antes y después de los 12 años.

- La línea de las mujeres en el gráfico está por debajo que la de los hombres.

Si el estudiante menciona que la línea de las mujeres en el gráfico es menos inclinada, ASÍ COMO el hecho de que la línea de las mujeres cae debajo de la línea de los hombres, entonces la respuesta es correcta (código 11, 12 ó 13). No se busca una comparación entre el gráfico de hombres y mujeres, entonces ignore cualquier referencia sobre comparaciones y emita un juicio basándose en el resto de la respuesta.

Código 02: Otras respuestas incorrectas. Por ejemplo, la respuesta no se refiere a las características del gráfico, como claramente lo pide la pregunta "cómo el GRÁFICO muestra..."

- Las niñas maduran más rápido.
- Porque las mujeres llegan a la pubertad antes que los hombres y ellas se desarrollan más rápido.
- Las niñas no crecen mucho después de los 12 años. [Proporciona una afirmación de que el crecimiento de las niñas va más despacio después de los 12 años de edad, y no hace ninguna referencia del gráfico.]

Código 99: Omitida.

---

## Pregunta 8: CRECER

***M150Q02- 00 11 21 22 99***

De acuerdo con este gráfico, en promedio, durante qué periodo de su vida son las mujeres más altas que los hombres de su misma edad.

.....

.....

**CRECER. PUNTAJE 2**

***Puntaje completo***

Código 21: Proporciona el intervalo correcto, de 11-13 años.

- Entre la edad de 11 y 13
- En promedio, de los 11 a los 13 años de edad, las niñas son más altas que los niños.
- 11-13

Código 22: Afirma que las niñas son más altas que los niños cuando tienen 11 y 12 años de edad. (Esta respuesta es correcta en lenguaje cotidiano, porque menciona el intervalo de 11 a 13).

- Las niñas son más altas que los niños cuando tienen 11 y 12 años de edad.
- 11 y 12 años de edad.

***Puntaje parcial***

Código 11: Otros rangos entre (11, 12, 13), no incluidos en la sección de Respuestas correctas.

- 12 a 13
- 12
- 13
- 11
- 11.2 a 12 .8

***Sin puntaje***

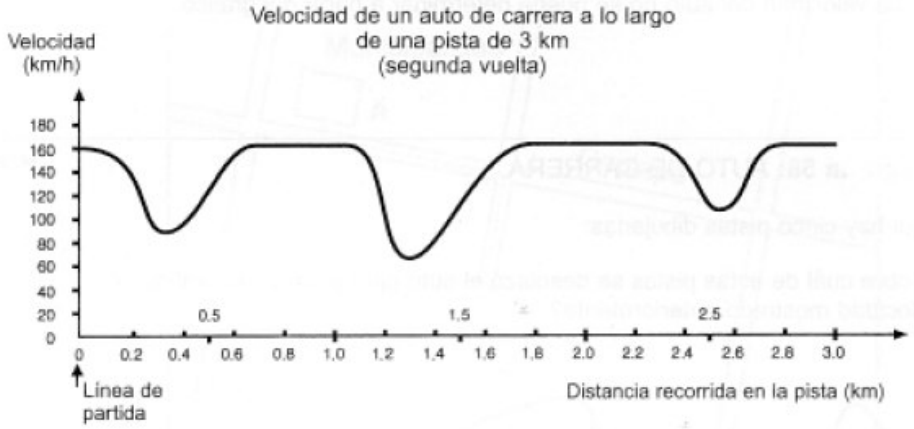
Código 00: Otras respuestas.

- 1998
- Las niñas son más altas que los hombres cuando tienen más de 13 años.
- Las niñas son más altas que los hombres de los 10 a los 11 años.

Código 99: Omitida.

# VELOCIDAD DE UN AUTO DE CARRERA

Este gráfico muestra cómo varía la velocidad de un auto de carrera a lo largo de una pista plana de 3 km durante su segunda vuelta.




**Pregunta 55:** AUTO DE CARRERA *M159Q01*

¿Cuál es la distancia aproximada desde la línea de partida hasta el comienzo del tramo recto más largo de la pista?

A 0.5 km
B 1.5 km
C 2.3 km
D 2.6 km

***Puntaje completo***

Código 1: B 1.5 km.

**Pregunta 56:** AUTO DE CARRERA *M159Q02*

¿Dónde se registró la velocidad más baja durante la segunda vuelta?

A En la línea de partida.
B Aproximadamente en el km 0.8.
C Aproximadamente en el km 1.3.
D A mitad del recorrido.

***Puntaje completo***

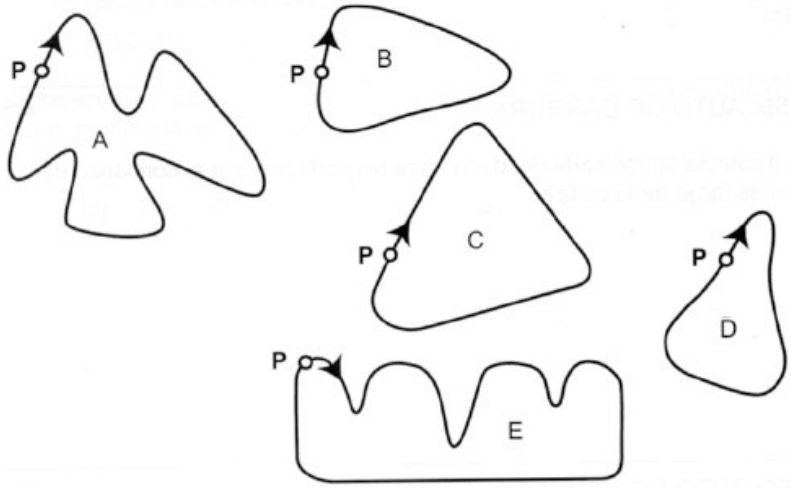
Código 1: C Aproximadamente en el km 1.3.

**Pregunta 58:** AUTO DE CARRERA

M159Q05

Aquí hay cinco pistas dibujadas:

¿Sobre cuál de estas pistas se desplazó el auto para producir el gráfico de velocidad mostrado anteriormente?




**P: Línea de partida**

***Puntaje completo***

Código 1: B.

# TRIÁNGULOS

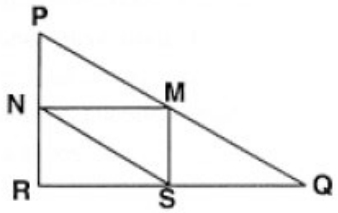
**Pregunta 62:** TRIÁNGULOS

*M161Q01*

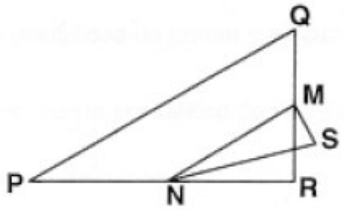
Encierra en un círculo la única figura que se ajusta a la siguiente descripción.

El triángulo PQR es un triángulo rectángulo con el ángulo recto en R. El lado RQ es menor que el lado PR. M es el punto medio del lado PQ y N es el punto medio del lado QR. S es un punto del interior del triángulo. El segmento MN es mayor que el segmento MS.

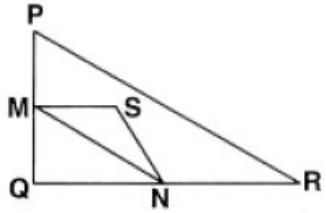
A



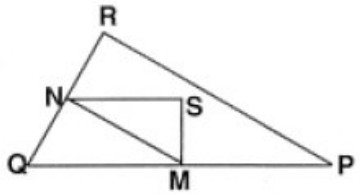

B



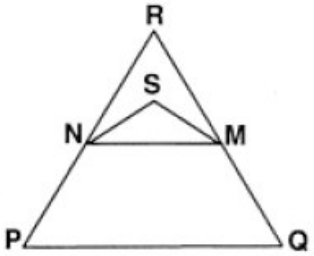

C




D




E




***Puntaje completo***

Código 1: Alternativa D.